ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

HÀ THỊ CHÚC

TÍNH KÌ DỊ CHUNG CỦA MỘT SỐ HỆ ẨN CỦA PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP 1 TRÊN MẶT PHẲNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

HÀ THỊ CHÚC

TÍNH KÌ DỊ CHUNG CỦA MỘT SỐ HỆ ẨN CỦA PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP 1 TRÊN MẶT PHẲNG

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS TRỊNH THỊ DIỆP LINH

Thái Nguyên – 2016

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực, không trùng lặp với các đề tài khác và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Hà Thị Chúc

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành trong khóa 22 đào tạo Thạc sĩ của trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, dưới sự hướng dẫn tận tình của TS. Trịnh Thị Diệp Linh. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới Cô, người đã tạo cho tôi một phương pháp nghiên cứu khoa học, tinh thần làm việc nghiêm túc và đã dành nhiều thời gian, công sức hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy cô giáo của trường Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, những người đã tận tình giảng dạy, khích lệ, động viên tôi vượt qua những khó khăn trong học tập.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban lãnh đạo Khoa Sau đại học, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian tôi học tập.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn gia đình, người thân và bạn bè đã động viên, ủng hộ tôi để tôi có thể hoàn thành tốt khóa học và luận văn của mình.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2016

Người viết luận văn

Hà Thị Chúc

Mục lục

Mở đầu

Tính kì dị của một số hệ ẩn đóng vai trò quan trọng trong lý thuyết của các phương trình vi phân cấp 1 trên mặt phẳng.

Đối với hệ ẩn của phương trình vi phân cấp 1 thông thường trên mặt phẳng, sự phân loại địa phương các tính kì dị chung của họ các đường cong pha được trình bày đầy đủ lên một quỹ đạo trơn tương tương. Bên cạnh đó, ngoài tính kì dị đã biết của các trường vectơ tổng quát trên mặt phẳng và các tính kì dị được mô tả bởi phương trình vi phân ẩn cấp 1 tổng quát, thì ở đây tồn tại duy nhất tính kì dị được mô tả bởi phương trình ẩn cấp 1 cho bởi bề mặt ô Whitney được nhúng đến không gian của các hướng trên mặt phẳng.

Luận văn này nghiên cứu các tính kì dị điểm của họ các đường cong pha được cho bởi phôi của bề mặt hệ và giới thiệu các tính kì dị chung trên mặt phẳng lên một quỹ đạo trơn tương đương.

Đối với một hệ đủ tổng quát, bề mặt hệ là một đa tạp con n chiều trơn đóng trong không gian chùm tiếp xúc theo Định lý đường hoành Thom, do đó sự gấp hệ là một ánh xạ liên tục giữa các đa tạp n chiều. Ngoài ra, sự gấp của một hệ đủ tổng quát có thể có tất cả các tính kì dị chung như là một ánh xạ giữa các đa tạp n chiều. Trong thực tế hạch của phép chiếu chùm cũng là n chiều và theo Định lí của Goryonov (xem [11]), số chiều của hạch thừa nhận tất cả các tính kì dị chung đối với các ánh xạ giữa các đa tạp n chiều.

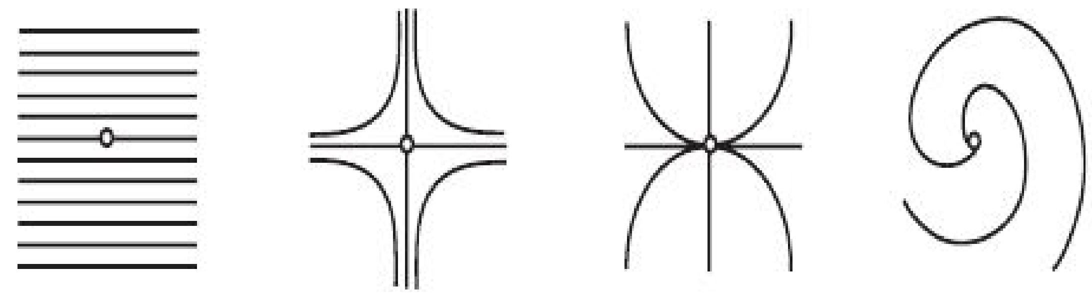
Một hệ đủ tổng quát gần một điểm chính quy của sự gấp hệ có thể giải được bằng cách lấy đạo hàm. Trong trường hợp gần một điểm như vậy, lý thuyết kì dị của họ các nghiệm của một hệ ẩn đã nhận được trong lý thuyết của họ các đường cong pha đối với các trường vectơ trơn tổng quát trên các đa tạp n chiều (xem [2]).

Đối với một hệ đủ tổng quát, vận tốc không triệt tiêu tại bất kì điểm kì dị nào của sự gấp hệ. Một lần nữa Định lý của Goryunov chỉ ra rằng 1−gấp của một hệ đủ tổng quát có thể có tất cả các tính kì dị như là một ánh xạ tổng quát từ một đa tạp n chiều đến một đa tạp $(2n-1)$ chiều.

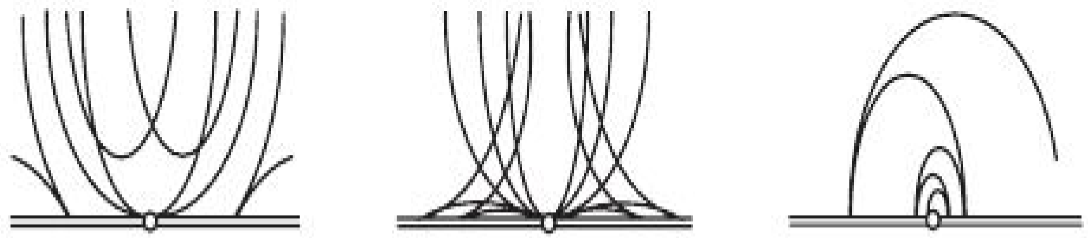
Đặc biệt đối với trường hợp 2 chiều, 1−gấp của một hệ đủ tổng quát có thể có các điểm chính quy và các điểm kì dị cho bởi ô kì dị Whitney. Đó là sự phân loại các điểm kì dị của họ các đường cong pha đối với một hệ ẩn tổng quát (xem Định lý 2.3.1, 2.3.4). Bên cạnh các tính kì dị đã biết của các trường vectơ tổng quát trên mặt phẳng và tính kì dị được mô tả bởi các phương trình vi phân ẩn cấp 1 tổng quát, có một và chỉ một tính kì dị được cho bởi phương trình vi phân ẩn trên ô kì dị Whitney được nhúng đến không gian của các hướng trên mặt phẳng (Hình 1, 2 và 3). Lên trên một quỹ đạo trơn tương đương, họ tương ứng của đường cong pha là họ các nghiệm của hệ ẩn

$$\dot{x} = \pm 1, (\dot{y})^2 = x(x-y)^2$$

gần gốc.

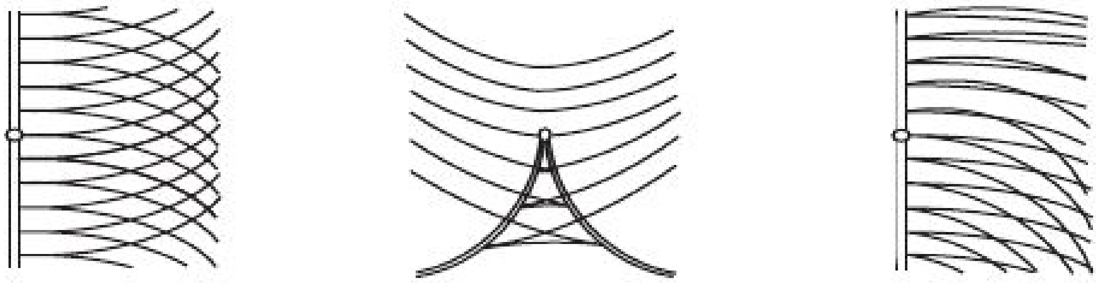


Hình 1: Điểm không kì dị, yên ngựa, nút gấp, và tiêu điểm



Hình 2: Yên gấp, nút gấp, và tiêu điểm gấp

Họ các nghiệm của phương trình ẩn $(dy/dx)^2 = x(x-y)^2$ đã nhận được trong nghiên cứu của Arnol'd V. I.(xem [3],[7]). Tuy nhiên, trường hợp cuối cùng và trường hợp được nghiên cứu luận văn này là khác nhau. Ở điểm thứ nhất, mặt phương trình trên không gian các hướng trên mặt phẳng là trơn theo lý thuyết của phương trình kiểu giảm dư, trong khi nó có các tính kì dị ô Whitney đối với trường hợp hệ ẩn. Ở điểm thứ hai,



Hình 3: Điểm gấp chuẩn tắc, điểm kì dị xếp li và điểm ô Whitney

phân bố mặt phẳng trên không gian của các hướng trên mặt phẳng có các tính kì dị và nó không có cấu trúc tiếp xúc trong định lý của phương trình kiểm giảm dư, trong khi nó là cấu trúc tiếp xúc trong trường hợp hệ ẩn. Tuy nhiên, nếu đặt vào phép tương ứng đến phương trình kiểu giảm dư

$$\dot{x} = \varepsilon f(x, y, z), \dot{y} = \varepsilon g(x, y, z), \dot{z} = h(x, y, z) + \varepsilon r(x, y, z)$$

(trong đó f, g, h, r là các hàm số và ε là một tham số bé tùy ý), mặt $\dot{x} - f(x, y, z) = 0, \dot{y} - g(x, y, z) = 0, h(x, y, z) = 0$ nên sự hạn chế của phép chiếu $(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}) \mapsto (x, y, \dot{x} : \dot{y})$ đến mặt này là tương tự của 1 $-$gấp. Trong trường hợp tổng quát, sự hạn chế này đã được xác định gần điểm tới hạn bất kì của sự gấp, ở đây sự hạn chế của phép chiếu $(x, y, z) \mapsto (x, y)$ đến mặt $h = 0$. Quy về trường hợp của Arnol'd đến trường hợp được xét (Hình 4).

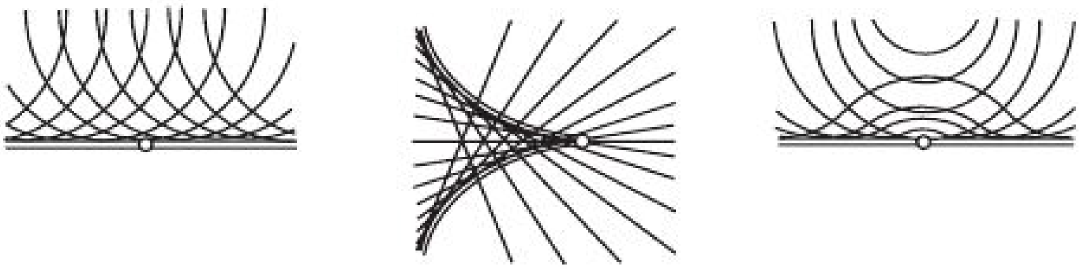
Nội dung chủ yếu của luận văn trình bày lại các kết quả trong bài báo [8]. Ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo luận văn được chia thành 2 chương:

Chương 1 Một số kiến thức cơ bản

Trong chương 1 đưa ra một số khái niệm, ví dụ minh họa và tính chất cơ bản liên quan đến vấn đề nghiên cứu trong Chương 2.

Chương 2 Phân loại tính kì dị

Ở Chương 2, trình bày các dạng chuẩn tắc trong trường hợp tổng quát và



Hình 4: Điểm gấp Clairaut, điểm lùi Clairaut và điểm mũ chéo nhau Clairaut

trường hợp Clairaut tổng quát. Các chứng minh được trình bày rõ ràng, đầy đủ và sử dụng lý thuyết của sơ đồ tích phân (xem [13]).